MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA - MEC
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ - UFPI
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO E PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG
Coordenadoria Geral de Pesquisa-CGP

Método de Subtração Mínima para Pontos de Lifshitz em uma Teoria Massiva Renormalização em 1-loop do Estado Quântico Escalar

Rafael de Alencar Rocha (Aluno ICV)
Paulo Renato Silva de Carvalho (Orientador)

RESUMO

Usamos algumas técnicas que envolvem Mecânica Quântica, através das integrais e do propagador de Feynman Δ_F. Em uma abordagem geral, é avançar ordem por ordem em uma teoria de perturbação, para realizar uma renormalização no campo escalar $\phi(x)$ que resultou na solução do problema em 1-loop na teoria ϕ^4, a qual as funções de 2 e 4 pontos são calculadas e a visualizamos através dos Diagramas de Feynman. Uma vez que a abordagem na teoria do campo é baseada na teoria da perturbação, aplicando série de perturbação, o que é uma série de termos de ordem superior que envolvem mais e mais integrais internas e por tanto aumentando a possibilidade de um crescente grau de divergência.

Palavras-chaves: Renormalização. Teoria ϕ^4. Propagador e Diagrama de Feynman.

Introdução

As integrais de caminho desenvolvidas por Feynman são explicadas por uma série de perturbarções (sérides de Born). Estas são escritas nas coordenadas do espaço e no espaço dos momentos.

O gerador funcional Z[J] para o campo escalar é convertido em uma forma que envolva o propagador de Feynman Δ_F, também escrito no espaço Euclidiano. Z_0[J] conhecido como gerador funcional de Green para partícula livre, uma relação entre funções de n-pontos. Uma vez que a abordagem na teoria do campo é baseada na teoria da perturbação, aplicando série de perturbação, o que é uma série de termos de ordem superior que envolvem mais e mais integrais internas e por tanto aumentando a possibilidade de um crescente grau de divergência.

Métodos

A partir da forma Lagrangiana da equação de Klein-Gordon, dividindo o espaço tempo de Minkowski, o espaço é quebrado em cubos de 4 dimensões de volume δ^4. Uma vez que estamos interessados apenas em amplitudes de transições normalizadas, os valores de N são irrelevantes.

Uma representação de Fourier

$$\Delta_F(x) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4k \frac{e^{-ikx}}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}. \tag{1}$$

Introduzimos a Lagrangiana que descreve o campo escalar com interações em termos de ϕ^4

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{g}{4!}\phi^4 = L_0 + L_{int} \tag{2}$$

A partir dela encontramos funções geradoras e seus respectivos diagramas, encontramos funções de 2 e 4 pontos para ordem g após ter encontrados estas funções, usamos um método conhecido como trasnformada de Fourier para podermos sair do espaço das coordenadas onde se encontram as funções geradoras de 2 e 4 pontos para trabalharmos com elas no espaço dos momentos.

Resultado e Discussão

Com o auxílio da Lagrangiana e com o uso correspondente das regras de Fynman para calcular a ordem g correspodente ao propagador da função em 2 pontos, temos

$$\frac{1}{2} g \mu^{4-d} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{p^2 + m^2} \tag{3}$$

Assim encontrando a solução para a função de 2 pontos, dada por

$$\frac{igm^2}{16\pi^2\varepsilon} + \text{finito} \tag{4}$$

Para uma aproximação de 1-Loop, considerando que ele seja finito, colocamos

$$\Gamma^{(2)}(p) = p^2 - m_1^2 \tag{5}$$

Onde m_1 é um novo parâmetro, em que m está relacionado para m_1 temos

$$m^2 = m_1^2\left(1 + \frac{g}{16\pi^2\varepsilon}\right) \tag{6}$$

E encontramos

$$m_1^2 = -\Gamma^{(2)}(0) \tag{7}$$

Para função de 4 pontos da ordem g^2 ultilizando a mesma tranformada de Fourier e regras de Feynman para chegarmos ao espaço dos momentos para função de 4 pontos

$$= \frac{1}{2} g^2 (\mu^2)^{4-d} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{1}{(p^2 - m^2)} \frac{1}{(p-q)^2 - m^2}. \tag{8}$$

Agora aplicando o mesmo tratamento para a função de 4 pontos encontramos.

$$\frac{ig^2\mu^{\varepsilon}}{16\pi^2\varepsilon} - \frac{ig^2\mu^{\varepsilon}}{32\pi^2\varepsilon}\left[\gamma + F(s,m,\mu)\right] = \frac{ig^2\mu^{\varepsilon}}{16\pi^2\varepsilon} + \text{finito.} \tag{9}$$

Definimos um novo parâmetro g_1. Reorganizando e substituindo g_1 por g e m_1 por m quando apropriado temos

$$g = g_1\mu^{-\varepsilon} + \frac{3g_1^2\mu^{-2\varepsilon}}{32\pi^2}\left[\frac{2}{\varepsilon} - \gamma - F(0,m_1,\ \mu)\right] \tag{10}$$

Agora g_1 seria o valor do acomplamento medido se a teoria ϕ^4 forem medidas realista tomadas nos pontos $s = t = u = 0$. Expressando $\Gamma^{(4)}$ em termos de g_1 temos

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\Gamma^{(4)}(p_i) &= g_1 = \frac{g_1^2\mu^{-\varepsilon}}{32\pi^2} \\ &\times [F(s,m_1,\mu) + F(st,m_1,\mu) + F(su,m_1,\mu) - F(s0,m_1,\mu)]. \end{aligned} \tag{11}$$

Segue imediatamente que

$$\mathrm{i}\Gamma^{(4)}(p_i = 0) = g_1 \tag{12}$$

Conclusão

No primeiro diagrama, a ordem g mostra explicitamente apenas 1 vértice, já para a ordem g^2 explicitamos os 2 vértices correspondetes ao segundo diagrama, fizemos a transformada de Fourier para sairmos do espaço das coordenadas e entramos no espaço dos momentos, afim de falicilitar o nosso trabalho. A formula para o grau de divergência superficial, mostra somente as divergências primitivas na teoria ϕ^4 que contém 1 loop em funções de 2 e 4 pontos. Essas divergências são explicitadas por uma regularização dimensional, e são vistas nos polos em $\varepsilon = 4 - d$. Em seguida ela é descrita em 1 e 2 loops para que a teoria ϕ^4 possa ser renormalizada.

Bibliografia

LEWIS H. RYDER. QUANTUM FILED THEORY. Cambridge University. Seconde edition (1996)

Kleinert H., Schulte-Frohlinde V. Critical Properties of Phi4-Theories (2001)

Jorge C. Romão. Advanced Quantum Field Theory. (Version of Wednesday 2nd February, 2011)

Peskin M., Schroeder D. An introduction to quantum field theory (Perseus, 1995)